

Centre Tamoul d'Enseignement en France Examen d'aptitude 2018



Épreuve de Mathématiques

Niveau : 1ère S – Durée : 3 heures

Consigne :

- 1. Les cartables et les effets personnels devront être placés au-devant ou à l'arrière de la salle d'examen**
- 2. La durée de l'épreuve est de 3h**
- 3. À la fin de l'examen, aucun retard de rendu ne sera toléré**
- 4. Les calculatrices ne sont pas autorisées**
- 5. Les téléphones portables devront être éteints**
- 6. Le sujet comporte 5 pages (page de garde non comprise)**
- 7. Le sujet doit être rendu avec les copies**
- 8. Le sujet doit être lu recto-verso**

Cadre réservé à l'administration :

N° d'identification : _____



Exercice 1 : Quelques points cadeaux

I : Factoriser les expressions suivantes et résoudre les expressions égales à 0 lorsque l'expression est de degrés 2 :

- $(3x + 3)(x + 3) + (3x + 1)(x + 3)$
- $(x + 8)(x + 9) + (x + 8)(x + 4)$
- $(3x - 6)(2x - 2) - (2x - 2)(-9x + 5)$
- $(3 - x)^2 - (1 + 2x)(3 - x)$
- $1 - 81x^2 + 1 - 9x + (1 - 9x)^2$
- $25x^2 - 81 + (5 + 2x)(5x + 9)$
- $2(x + 1) - x(x + 1)$
- $(2x + 4)^2 - (x + 1)^2$
- $3x + 2 + (3x + 2)(5x - 1) - 6x + 4$
- $9x^2 - 42x + 49$

II : Développer et réduire au maximum les expressions précédentes :

Exercice 2 : Un peu géométrie

Soit un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$, avec 1cm pour une unité.

1. Placer les points :

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}; B \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}; C \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}; D \begin{pmatrix} 7 \\ -8 \end{pmatrix}$$

2. Calculer les coordonnées des vecteurs suivants :

$$\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{DC}$$

3. $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{DC}$ sont-ils colinéaires ?

4. Calculer les longueurs : AB et DC.

5. Montrer que $\overrightarrow{AD}; \overrightarrow{BC}$ ne sont pas colinéaires et conclure sur la nature du quadrilatère.

6. Calculer et donner les expressions des équations de droites (d_1) et (d_2) passant par :

- A et D notée y_1
- D et C notée y_2

7. Montrer que ces deux droites ne sont pas parallèles.

8. Soit (d) la droite passant par A et ayant un coefficient directeur égale à $\frac{4}{3}$.

- Calculer l'équation de droite (d_3) .
- Calculer le point d'intersection de la droite (d_3) et de la droite (DC) et donner ses coordonnées. On note H ce point.

9. Calculer les longueurs AH.

10. Quel est la nature du triangle AHD ? Justifier.

11. en déduire l'aire du quadrilatère ABCD.



Exercice 3 : Etude d'une fonction

Un peu d'échauffement :

1. Mettre sous forme canonique les équations suivantes :

a. $h(x) = x^2 - 7x + 6$

b. $l(x) = x^2 + x - 2$

2. Factoriser $h(x)$ et $l(x)$.

3. Etudier le signe de $h(x)$ et $l(x)$.

L'étude :

Soient les fonctions f et g suivantes sur $[-4; 4]$:

$$f(x) = x^2 - 4 \text{ et } g(x) = -x^2 + 4$$

4. Faire un tableau de valeurs avec un pas de 0,5.

5. Tracer soigneusement ces deux courbes sur papier millimétré.

6. Etudier le signe de $f(x)$ et $g(x)$. Décrire les signes par une phrase.

7. On souhaite maintenant étudier la position de f par rapport à g . Pour cela il faut étudier le signe de $f(x) - g(x)$.

a. Quel doit être le signe de $f(x) - g(x)$ pour dire que $f(x)$ est au-dessus de $g(x)$.

b. Etudier le signe de $f(x) - g(x)$ et résumer votre étude sous forme d'un tableau de signe.

c. Faites une phrase décrivant la position de la courbe f par rapport à g .

8. On souhaite enfin déterminer les points communs à f et à g . Cela revient à résoudre $f(x) = g(x)$.

a. Résoudre cette équation et montrer que les points communs sont de coordonnées $(-2; 0)$ et $(2; 0)$.

b. Calculer les coordonnées des sommets respectifs de f et g .

On note :

$$A \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix} ; B \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Et on note D et C les sommets respectifs de f et g .

9. Quel est la nature du quadrilatère $ADBC$? Justifier soigneusement.



Exercice 4 : Rapidité

Calculer les équations suivantes et étudier le signe de la dérivée.

1. $(2x - 5)^4$

2. $\sqrt{5x^2 + 2}$

3. $\frac{6}{(x^3+1)^5}$

4. $\frac{4x^2-1}{x^2+2}$ - Ne pas étudier le signe

Exercice 5 :

Soit f une fonction définie par :

$$f(x) = x^2 + 2x - 2$$

1. Résoudre $f(x) = 0$ et étudier son signe. Résumer votre étude sous forme de tableau de signe.
2. Calculer $f'(x)$.
3. Étudier les variations de f sur $[-5 ; 5]$.
4. Tracer soigneusement sur feuille millimétrée la représentation de f . (2cm pour 1 unité)
5. Déterminer la tangente de la courbe f au point d'abscisse 0.
6. Étudier la position relative de la courbe f et de la tangente.

Exercice 6 :

Un grossiste en appareils ménagers est approvisionné par trois marques, notées respectivement M1, M2 et M3. La moitié des appareils de son stock provient de M1, un huitième de M2, et trois huitièmes de M3.

Ce grossiste sait que dans son stock, 13% des appareils de la marque M1 sont rouge, que 5% des appareils de la marque M2 sont rouges et que 10% des appareils de la marque M3 le sont aussi.

On donnera les résultats sous forme de fractions. On choisit au hasard un appareil emballé dans le stock de ce grossiste :

1. Quelle est la probabilité qu'il vienne de M3 ?
2. Quelle est la probabilité qu'il soit rouge sachant qu'il vienne de M2 ?
3. Quelle est la probabilité que l'appareil choisi ne soit pas de couleur rouge ?
4. Après examen, on s'aperçoit que l'appareil choisi est rouge. Quelle est la probabilité qu'il soit de la marque M1 ?



Exercice 7 :

Une urne contient cinq boules indiscernables au toucher : deux vertes et trois rouges.

On extrait l'une à la suite et au hasard deux boules de l'urne sans remise. On note X la variable aléatoire égale au nombre de boules vertes figurant dans le tirage.

1. Dessiner l'arbre pondéré de probabilité.
2. Donner le tableau de la loi de probabilité suivi par X .
3. Calculer l'espérance mathématique de X
4. Quel est la probabilité que les deux boules tirées soient de la même couleur ?

On effectue maintenant deux tirages successifs d'une boule en respectant la règle suivante : si la boule tirée est rouge, on la remet dans l'urne ; si elle est verte, on ne la remet pas.

5. Dessiner l'arbre pondéré de probabilité.

Soient les évènements :

- B : Seule la première boule est verte
 - C : Une seule des deux boules est verte
6. Calculer $P(B)$ et $P(C)$
 7. Sachant que l'on a tiré exactement une boule verte, quelle est la probabilité que cette boule verte soit la première tirée ?

Exercice 8 : Des suites, échauffements

Un étudiant loue une chambre pour 3 ans. On lui propose deux types de bail.

1er contrat : un loyer de 200 € pour le premier mois puis une augmentation de 5 € par mois jusqu'à la fin du bail.

2ème contrat : un loyer de 200 € pour le premier mois puis une augmentation de 2% par mois jusqu'à la fin du bail.

1. Calculer, pour chacun des deux contrats, le loyer du deuxième mois puis le loyer du troisième mois.
2. Calculer, pour chacun des deux contrats, le loyer du dernier mois (c'est-à-dire du 36ème mois).
3. Quel est le contrat globalement le plus avantageux pour un bail de 3 ans ? (Justifier à l'aide de calculs)

(Remarque de vocabulaire : un bail est un contrat de location)



Exercice 9 : Des suites, suites ...

Pour l'achat d'un terrain et la construction d'une maison, un couple souscrit un emprunt. Les futurs propriétaires sont informés que le capital emprunté et les intérêts dus, lorsqu'ils seront remboursés, représenteront la somme de 80000 €. La première mensualité est fixée à 300 € et le contrat stipule que les mensualités augmenteront de 20 € chaque année.

On note M_n le montant annuel remboursé au cours de la n -ième année suivant le début du prêt et on note n_0 la dernière année de remboursement.

On admet que $n_0 > 10$.

1.
 - a. Calculer M_1 à M_4
 - b. Expliquer pourquoi la suite (M_n) se comporte comme une suite arithmétique pour $n < n_0$.
 - c. Exprimer s_n en fonction de n (pour $n < n_0$).
 - d. Calculer M_{10} .

On s'intéresse maintenant à la somme S_n cumulée des montants annuels remboursés au cours des n premières années : $S_n = S_1 + S_2 + \dots + S_n$.

2.
 - a. Calculer S_1 à S_4 .
 - b. Exprimer S_n en fonction de n (pour $n < n_0$)
 - c. Au cours de quelle année le couple de propriétaires finira ses remboursements ?

Exercice 10 : Trigo

Résoudre :

$$\sin^2(x) = \frac{3}{4} ; \cos^2(x) = \frac{1}{2} ; \sin(2x) = \cos(x)$$

Simplifier au maximum :

$$A(x) = \cos(x + \pi) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sin^2(x)$$

$$B(x) = \tan(x + \pi) - \tan(x) \text{ pour } x \in \left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right[$$

$$C(x) = \sin^2\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sin(\pi - x) \cdot \sin(-x)$$