Centre Tamoul d'Enseignement en France
Examen d'aptitude 2019

Épreuve de Mathématiques

Niveau : 2nde – Durée : 4 heures

Consigne :

1. **Les cartables et les effets personnels devront être placés au-devant ou à l'arrière de la salle d'examen**
2. **La durée de l'épreuve est de 4 heure.**
3. **À la fin de l'examen, aucun retard de rendu ne sera toléré**
4. **Les calculatrices sont autorisées**
5. **Les téléphones portables devront être éteints**
6. **Le sujet comporte 5 pages (page de garde non comprise)**
7. **Le sujet doit être rendu avec les copies**
8. **Le sujet doit être lu recto-verso**

Cadre réservé à l'administration :

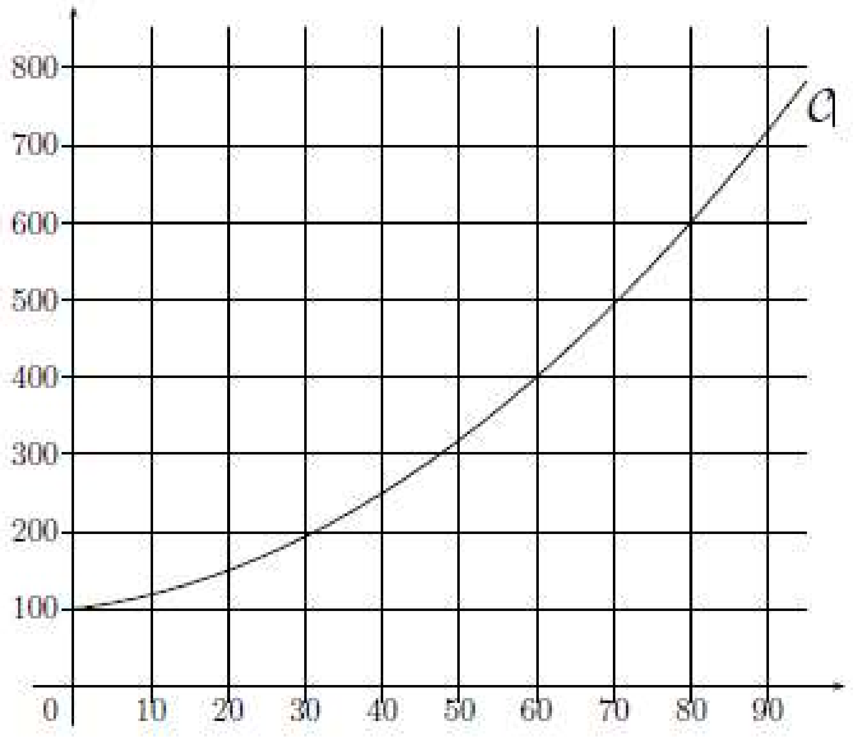
N° d'identification : ______________________________

Exercice I

Dans une petite entreprise, la fabrication journalière de x litres d'un certain produit chimique impose un cout de fabrication, en euros, noté f(x).
Ce produit étant revendu au prix de 7,5 euros par litre, le chiffre d'affaires, en euros, réalisé par l'entreprise, pour la vente de x litres de ce produit est donc le nombre réel g(x) = 7, 5x.

Partie A

Ci-dessous, on a tracé la courbe C représentative de la fonction f dans un repère orthogonal ; le volume en litres de produit fabriqué est porté en abscisses, et le coût de fabrication en euros est porté en ordonnées.



1. Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes :
(a) Quel est le coût de fabrication pour une production journalière de 40 litres ? De 90 litres ?

(b) Quelle production journalière correspond à un coût de fabrication de 525 euros ?

(c) Quelle est la production journalière maximale pour que le coût de fabrication n'excède pas 400 euros ?

2. Dans le repère précédent, tracer la droite d'équation y = 7, 5x et déterminer graphiquement combien l'entreprise doit fabriquer d'unités pour être bénéficiaire.

Partie B

Dans la suite de l'exercice, on admet que la fonction f est définie, pour tout nombre réel x de l'intervalle [0, 100] par la relation f(x) = 0, 0625x2 + 1, 25x + 100.

1. Montrer que pour tout nombre réel x de l'intervalle [0, 100], le bénéfice est :

$$B(x) = g(x) - f(x) = 56,25 - 0,0625(x - 50)^2$$

2. Dresser le tableau de variation de la fonction B sur l'intervalle [0; 100].

3. En déduire le bénéfice maximal que l'entreprise peut réaliser, en précisant la production journalière correspondante.

Exercice II

Partie A : Résoudre les équations suivantes :

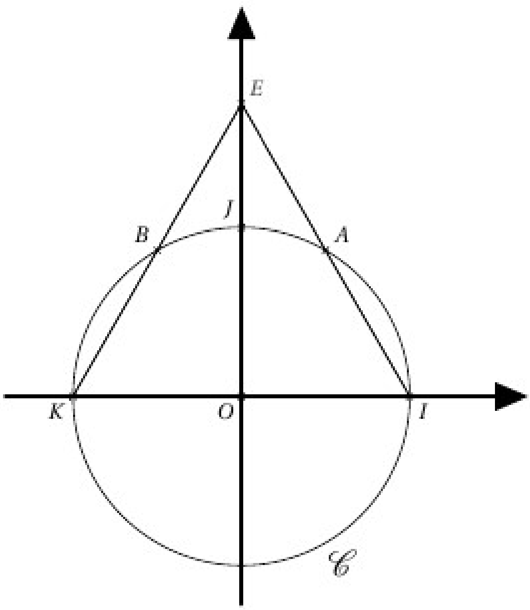
1) $(2x_3)(-x+2) = 0$
2) $(x^2 - 5)(3x + 7) = 0$
3) (2x-4)(x+9)-(x+5)=0
4) $\frac{(x^2-5)}{2x-10} = 0$
5) $\frac{2}{2x+5} - \frac{1}{4x-3} = 0$
6) $(2x-3)^2 = 49$
7) $\frac{1}{x} + \frac{1}{2} = 1$

Partie B : Résoudre les inéquations suivantes :

1) $(2x_3)(-x+2) < 0$
2) $(x^2 - 5)(3x + 7) > 0$
3) $(2x - 4)(x + 9) - (x + 5) \leq 0$
4) $\frac{(x^2-5)}{2x-1} \geq 0$
5) $\frac{2}{2x+5} - \frac{1}{4x-3} < 0$
6) $(2x-3)^2 < 49$

Exercice III

Sur la figure suivante C est le cercle trigonométrique et (O;I,J) un repère orthonormé.
Le triangle IEK est équilatéral. La droite (IE) coupe le cercle C en A et la droite (KE) coupe le cercle C en B.
Déterminer les coordonnées des points I,K,E,A et B dans le repère (O;I,J).



Exercice IV

On se place dans un repère (O ; I ; J) et on considère les points A (-2 ; -1), B (3 ;2) et C (1 ; 5).

1) Déterminer les coordonnées du points D tel que ABDC soit un parallélogramme.
2) Déterminer les coordonnées du point K vérifiant $\overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{CB}$
3) On appelle M le point de coordonnées (6-m ; m). Déterminer la valeur de m pour que les points B, C et M soient alignés.
4) Déterminer les coordonnées du point L défini par $\overrightarrow{AL} + 2\overrightarrow{BL} + \overrightarrow{CL} = 0$

Exercice V

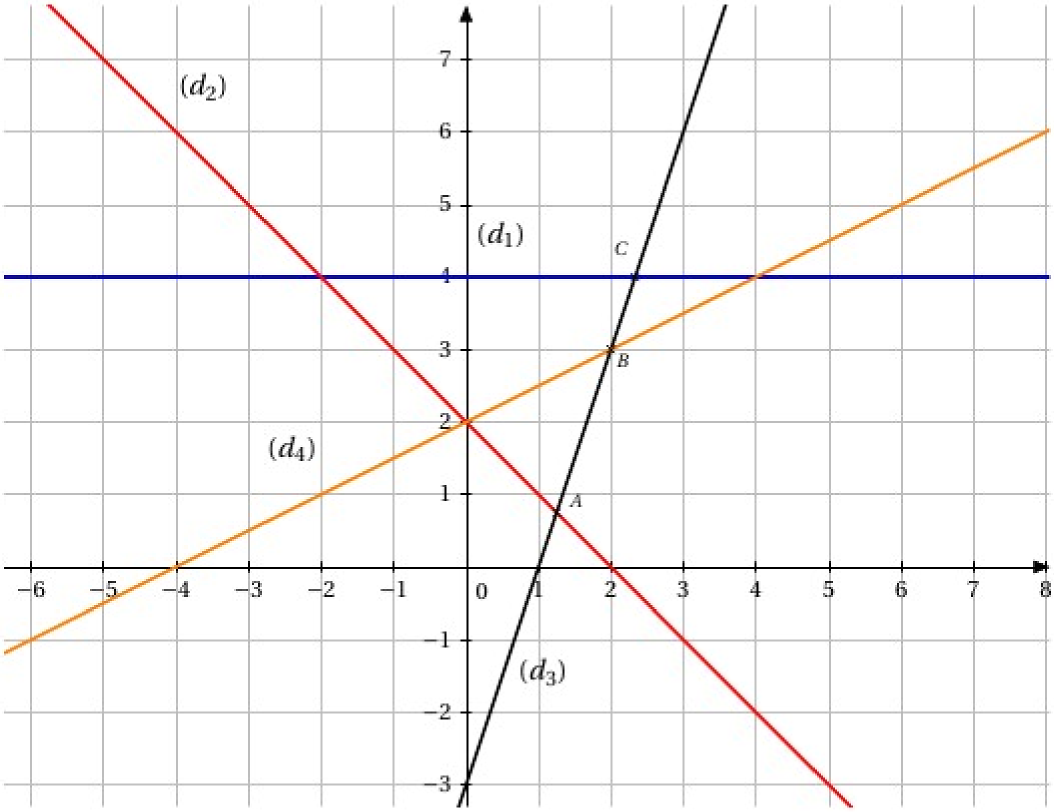
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -\frac{2}{3}x + 1$.

1) Donner le tableau du signe de f(x)
2) Soient a et b deux réels tels que a < b, comparer f(a) et f(b)
3) Tracer la courbe D représentative de la fonction f dans un repère orthonormé.

Soit g la fonction affine telle que $g(-2) = -3$ et $g(6) = 1$.

1) tracer la courbe E représentative de la fonction g dans le repère précédent.
2) Déterminer l'expression de g(x) en fonction de x.
3) Résoudre l'inéquation $f(x) < -\frac{x}{2} - 2$

Exercice VI



1. Déterminer les équations de droites des droites suivantes. Attention, faire apparaitre toutes les étapes de calculs.

2. Donner pour chaque droite un vecteur directeur

3. Soit les points suivants :

$$C\begin{pmatrix}0\\-2\end{pmatrix} ; D\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$$

   a. Placer les points sur le repère
   b. Déterminer l'équation de droite d5 de la droite passant par C et D

4. Déterminer par calcul les points d'intersection suivants :

   a. A : Intersection de d1 et d2
   b. B : Intersection de d4 et d3
   c. E : Intersection de d2 et d5
   d. F : Intersection de d5 et d1

5. Montrer que le triangle AEF est rectangle

Exercice VII

Calculer la moyenne, la médiane et les deux quartiles des séries suivantes :

Série 1 :

3	2	3	3	1	5	4	3	1	5
2	1	4	3	3	0	1	3	3	1
2	4	2	4	0	0	2	2	3	2

Série 2 :

Note	1	2	3	4	5
Effectif	12	27	33	18	10

Exercice VIII

Développer et réduire

$A = -(2x+5)+(-3x-1)$

$B = -8(2x-7)+3(7x+1)$

$C = 5x(x-8)+(x+2)(x-1)$

$D = (5x-1)(2x-3)-(6x+5)(x-4)$

$E = -3(-4x+3)-(x-2)(-x+3)$

$F = 3(x-1)(x-4)$